Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Enero - Marzo 2000

Nombre: ______________________

Carnet: ____________ Sección: ____

MA-3111—Primer Parcial —

1. Sea
$$k(t) = \begin{cases} 0, & \text{si} \quad t \leq 0; \\ t, & \text{si} \quad 0 \leq t \leq 1; \\ 1, & \text{si} \quad 1 \leq t. \end{cases}$$

   a) Halle la transformada de Laplace de $k(t)$. (Sugerencia: examine $k^{tt}_{gen}(t)$)
   b) Sea $f = k * k$. Sin calcular f dibuje el gráfico de $f^{tt}_{gen}(t)$.
   c) Sea T el tren de impulsos $\delta(t) + \delta(t-1) + \delta(t-2) + \cdots$. Calcule $k * T$.

2. Sea $w(t) = e^t - \operatorname{sen} t - \cos t$.

   a) Halle constantes α, β y γ tales que el operador
$$L = \frac{d^3}{dt^3} + \alpha\frac{d^2}{dt^2} + \beta\frac{d}{dt} + \gamma I$$
   cumple con $Lw = 0$.
   b) Sea $g(t) = H(t)w(t)$ donde H es la función de Heaviside. Calcule $L_{gen}(g)$.
   c) Encuentre $u(t)$ causal que cumple con $L_{gen}(u) = \delta(t-2)$.

3. El operador de Euler es $E = xd/dx$.

   a) Calcule $E\delta$ y $E\delta'$.
   b) Siendo $\delta^{(n)}$ la n-ésima derivada generalizada de la función δ, demuestre que $E\delta^{(n)}$ es un múltiplo constante de la misma $\delta^{(n)}$.

4. Hallar una distribución causal $u(t)$ cuya transformada de Laplace es
$$U(z) = \frac{z^3}{(z+1)(z+2)}.$$